演讲 2016/17
经济学系理学硕士宏观经济学
G25 宏观动态学与经济增长
教授 Kaushik Mitra
讲义 2

# 1 拉姆齐模型

•许多最新研究的基础——增长理论、真实商业周期(RBC)模型和新凯恩斯模型。

•拉姆齐模型是索洛模型的一个优化版本——拉姆齐模型规定储蓄率是内生变量

•可替代 IS/LM 模型进行短期分析(RBC 模型：对短期商业周期波动进行分析)，但具有微观经济基础。

•将一些最基本的宏观经济机制整合在一个模型中——消费/储蓄、投资、增长。

•这些机制都涉及随时间变化的决策制定——拉姆齐模型是关于跨期优化的

•这对资本积累很重要，因此对增长也很重要。这对于导致 RBC 模型的短期波动也很重要。

•储蓄率是通过优化在竞争市场上互动的家庭和公司的行为来决定的。

•企业问题。

•生产函数(CRS): Y = F(K, AL)。

•许多相同的公司具有相同的生产功能。他们雇佣工人，借用资本，然后在竞争激烈的市场上出售产成品。

•利润最大化→向生产要素支付边际产品。因此收入完全与产出相等，即有多少付出就有多少回报。

• $r = \partial F/\partial K.\ w = \partial F/\partial AL.$

小 R 是单位资本的边际产出。小 W 是单位有效劳动的边际产出。

•CRS 意味着要素支付等于产出:Y = F(K, AL) = rK + wAL。

转换成紧凑形式 y = f(k)

•资本的实际收益率: r(t) = f’(k(t))。因为由索罗模型知识，资本的边际产出可以表示为 f’(k)。由于市场是竞争性的，因此资本的收入就是其边际产出。又因为不存在折旧，资本的实际收益率就等于其单位时间的收入。因此，时刻 t 的实际利率为：r(t) = f’(k(t))。小 r 是 rent rate of capital(资本收益率)。单位有效劳动的工资为：

$$w(t) = f(k(t)) - k(t)f'(k(t)).$$

•家庭问题。

•两个要素市场，一个是劳动力市场，一个是资本服务市场。一个家庭可以借贷的债务市场。

•代表性家庭。在任何时间点，每个家庭都要决定向公司出租多少劳动力和资本，以及储蓄或消费多少。家庭可以拥有两种资产→资本所有权或贷款所有权 →两种储蓄形式。资本和贷款是价值储存的完全替代品，因此资本的租金率等于放债的收益率，r(t)。家庭可以相互借贷，但代表性的家庭在均衡状态下的净贷款为零。

完全竞争家庭——他们采用给定的工资率 w(t)和利率 r(t)。提供无弹性的一单位劳动服务以换取工资，获得来自资产的利息，购买消费品并通过积累额外的资产来储蓄。资本是之前决策的结果，在 t 时刻给出。家庭的唯一决策是储蓄多少或消费多少。

•解释:每个家庭都有 current generation 的从事劳动的家庭成员。想象一下，现在的一代（current generation）最大化了一个无限范围的效用函数，它包含了一个无限范围（infinite horizon）的预算约束。人的生命可能是有限的，但我们认为家庭是具有无限生命的，且数量固定不变。无私的父母为孩子提供帮助。

•在均衡状态下，所有市场都是出清的。

•家庭流动预算约束。t 时刻的收入:

$$r(t)B(t) + w(t)A(t)L(t).$$

其中 B(t)为 t 时刻家庭总资产。t 时刻支出:C(t) + *B点*(t)。因此流动预算约束条件为

$$\dot{B}(t) = r(t)B(t) + w(t)A(t)L(t) - C(t). \tag{1}$$

下面来看有效劳动。令 a = B/AL 或 B = aAL（仅仅是一个定义而已）。所以

$$\dot{B} = \dot{a}AL + \dot{A}aL + Aa\dot{L}$$

或

$$\dot{B}/AL = \dot{a} + ga + na$$

将方程(1)除以 AL，得到：

$$\dot{B}/AL = rB/AL + w - C/AL$$

或

$$\dot{a} + ga + na = ra + w - c$$

$$\dot{a} = ra + w - c - (n+g)a$$

其中 c = c /AL，即，即单位有效劳动的消费量。注意 a(t) = k(t)−$b_{pt}$，即，家庭财富等于持有的资本减去家庭的债$b_{pt}$务。每个家庭假定可以自由地借入或借出资金但在均衡状态下，既没有借入，也没有借出，处于完全稳态下。即$b_{pt}$ = 0。因此，在均衡状态下，a(t) = k(t)。下面将 a 全部替换为 k，因为在均衡状态下，a=k。

下 面

• 因此，在平衡状态下，由

$\dot{a} = ra + w - c - (n+g)a$

因此我们有

$$\dot{k} = rk + w - c - (n+g)k$$

或

$$\begin{aligned}\dot{k} &= rk + f(k) - rk - c - (n+g)k \\ &= f(k) - c - (n+g)k \qquad (2)\end{aligned}$$

其中, w 本质上是单位有效劳动的边际产出，因为在完全竞争市场下，有总产出=总收入，因此，w 也即单位有效劳动的工资收入。

• 总劳动力为 L(t)，以 n 的速度增长。假设有 H 个家庭，所以每个家庭的规模是 L(t)/H。然而，我们可以使 H 常数化为 H=1（normalize），因为这并不影响最终的结果。

• 令 L/L $\dot{}$ = n, A/A= g， 且为了标准化，我们令 L(0) = A(0) = 1。我们有

$$\begin{aligned}L(t) &= L(0)e^{nt} = e^{nt}, \\ A(t) &= A(0)e^{gt} = e^{gt}.\end{aligned}$$

• 家庭终生效用函数：

$$U = \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u\left(\frac{C(t)}{L(t)}\right) e^{nt} dt$$

其中

$$u(x) = \frac{x^{1-\theta}}{1-\theta}$$

C/L 是人均消费。那么，cAL = C。

$$\begin{aligned}U &= \int_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{g(1-\theta)t} e^{nt} dt \\ &= \int_{t=0}^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{(n+g(1-\theta)-\rho)t} dt = \int_{t=0}^{\infty} \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\beta t} dt\end{aligned}$$

$\beta = \rho - n - g(1-\theta)$. In steady state, c is constant over time and for U to be bounded we need $\beta > 0$ since

$$U = \frac{\bar{c}^{1-\theta}}{1-\theta} \int_{t=0}^{\infty} e^{-\beta t} dt = \beta^{-1} \frac{\bar{c}^{1-\theta}}{1-\theta}$$

这就是我们接下来要假设的。

•跨期预算约束 Intertemporal Budget constraint:

$$\int_{t=0}^{\infty} C(t)R(t)dt = A(0) + \int_{t=0}^{\infty} w(t)A(t)L(t)R(t)dt$$

其中

$$R(t) = e^{-\int_{s=0}^{t} r(s)ds}$$

R(t)是一个折现因子，它将 t 时刻的一单位收入转换为 0 时刻的一单位收入。如果 $r(s) = \bar{r},\ R(t) = e^{-\bar{r}t}$.

也就意味着：消费现值=初始财富+工资收入现值。

## 1.1 经济动态学

•在预算约束下，住户选择 c(t)路径以最大化终生效用。一阶条件(欧拉方程)

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{r - \rho - \theta g}{\theta}$$

或

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{f'(k) - \rho - \theta g}{\theta}$$

So $\dot{c} = 0$ when $f'(k) = \rho + \theta g$, $\dot{c} < 0$ when $f'(k) < \rho + \theta g$, and $\dot{c} > 0$ when $f'(k) > \rho + \theta g$.

•k 的动力学由(2)给出:

$$\dot{k} = f(k) - c - (n+g)k$$

•c ˙ = 0 和 k ˙ = 0 的轨迹。鞍点路径。已在课上的板书中给出。

•平衡的增长路径和资本的黄金律水平。

•贴现率下降的影响。要在课堂上完成!

## 1.2 财政政策

•引入一个在任何时候（at every point of time）都能保持**预算平衡**的政府（政府预算平衡意味着政府收支完全相抵，也就是政府税收收入=政府全部支出。假设政府购买是每单位有效劳动为 G(t)，一次性税收是每单位有效劳动为 T (t)，因此 G(t) = T (t)。

•k 的动力学:

$$\dot{k} = f(k) - c - G - (n+g)k$$

一个较高的 G 值将使 k ˙ = 0 的位置向下移。

•之前的流动预算约（flow budget constraint）为

$$\dot{K} = rK + wAL - C$$

注意，我们在预算约束中使用总资本（total capital）而不是资产（assests），这是因为在均衡中它们是相等的。这次将政府 G 也包含在内，我们得到预算约束为:

$$\dot{K} = rK + wAL - C - GAL \tag{3}$$

从有效劳动来看：

$$\dot{k} = f(k) - c - G - (n+g)k$$

比较 G 的永久变化与临时变化的区别将在课堂上完成。

•债券和税收融资。

•如果算上债券融资（bond financing），政府的流动预算约束将会是

$$\dot{B}_1 = rB_1 + GAL - TAL$$

其中 B1 为债券总额。债券金额的积累(债务的增加)等于支付的利息加上赤字。（where B1 is total bonds. Accumulation of bonds (increase in debt) equals the interest paid plus the deficit.）

•对家庭的影响——他们持有以债券和资本等形式的财富
因此流动预算约束：

$$\dot{B}_1 + \dot{K} = rK + wAL + rB_1 - C - TAL$$

利用政府流动预算约束代替 B1 点。$\dot{B}_1 = rB_1 + GAL - TAL$

$$\begin{aligned} \dot{K} &= -(rB_1 + GAL - TAL) + rK + wAL + rB_1 - C - TAL \\ &= rK + wAL - C - GAL \end{aligned}$$

这与(3)中的预算约束完全相同。下面是（3）中的预算约束

$$\dot{K} = rK + wAL - C - GAL \tag{3}$$

•解读:债券融资对资本积累（capital accumulation）没有影响，只有 G 对资本积累有影响。
The split between bond and tax finance is irrelevant→ Ricardian Equivalence Theorem.（李嘉图等价定理）

• 另一种表现方式:政府跨期预算约束:

$$\int_{t=0}^{\infty} G(t)A(t)L(t)R(t)dt + B_1(0) = \int_{t=0}^{\infty} T(t)A(t)L(t)R(t)dt$$

左边是政府支出的现值和债务的初始存量之和，右边是税收的现值。

• 家庭跨期预算约束:

$$\begin{aligned}\int_{t=0}^{\infty} C(t)R(t)dt &= K(0) + B_1(0) + \int_{t=0}^{\infty} w(t)A(t)L(t)R(t)dt \\ &\quad - \int_{t=0}^{\infty} T(t)A(t)L(t)R(t)dt\end{aligned}$$

或者说，消费的现值等于初始财富，加上工资的现值，再减去税收的现值。将政府预算约束中的 B1(0)带入上面的等式，

$$\int_{t=0}^{\infty} G(t)A(t)L(t)R(t)dt + B_1(0) = \int_{t=0}^{\infty} T(t)A(t)L(t)R(t)dt$$

可得到

$$\begin{aligned}\int_{t=0}^{\infty} C(t)R(t)dt &= K(0) + \int_{t=0}^{\infty} T(t)A(t)L(t)R(t)dt - \int_{t=0}^{\infty} G(t)A(t)L(t)R(t)dt + \\ &\quad \int_{t=0}^{\infty} w(t)A(t)L(t)R(t)dt - \int_{t=0}^{\infty} T(t)A(t)L(t)R(t)dt \\ &= K(0) - \int_{t=0}^{\infty} G(t)A(t)L(t)R(t)dt + \int_{t=0}^{\infty} w(t)A(t)L(t)R(t)dt\end{aligned}$$

这表明，只有政府购买的现值才是重要的，而那些政府购买的资金的来源是在税收和债券之间是怎么分配的，并不重要→我们再一次佐证了李嘉图等价定理。

• 政府发行债券来为其政府支出融资，而不是现在使用税收来为其政府支出融资，尽管如此，消费者意识到政府最终将不得不提高税收来偿还其发行的政府债券。

• 李嘉图等价定理不成立的原因

(1) 世代交叠。
(2) 流动性的约束。
(3) non-lump-sum taxes。
(4) 非最优消费行为。

• 政府支出暂时性变化的实证分析。

• Barro, Robert J.“英国政府支出、利率、价格和预算赤字，1701-1918”，《货币经济学期刊》20(1987)第 221-247 页。

• 拉姆齐模型的含义:政府购买 G 的暂时性增加会导致实际利率上升（因为政府支出增加，会通过资本市场筹措资金，导致利率上升），而政府购买 G 的永久性增加则不会如此。从直观上看，当政府购买暂时性增加时，家庭预期其未来消费高于当前消费，为了使家庭接受这种差别，实际利率必须更高。反之，当政府购买 G 为永久性增加时，家庭的当前消费较低，并且预期其未来消费将一直比较低，因此，实际利率无需变动，家庭就会接受当前较低的消费水平。

Implication from Ramsey model: Temporary changes in government purchases cause real interest rates to rise whereas permanently high purchases do not. When G is temporarily high households expect their future consumption to be high and to make them willing to do so the real interest rate must be high. With a permanent change, consumption is expected to be low even in the future so interest rates need not rise.

•在战争期间，政府支出暂时较高。Barro(1987)通过考察 1730-1918 年间英国的军费开支和利率来验证这一预测。虽然他手头上只有长期利率，而没有短期利率的数据。但长期利率是短期利率的加权平均值。因此，G 的暂时增长预计会在一段较长的时期内提高短期利率，从而提高长期利率。This is not the case with a permanent change.

•巴罗估计了以下方程。他估计，从 1730 年到 1913 年

$$R_t = 3.54 + 6.1\tilde{G}_t$$

而当他估计 1730 年至 1918 年时，得到了：

$$R_t = 3.54 + 2.6\tilde{G}_t$$

Rt 为长期利率，G˜t 为暂时性的军费开支的估计值，该军费估计值仅占国民生产总值 GNP 的一小部分。在统计学上，可见暂时性地军费开支和利率之间的关系在统计上是显著的。如果把第一次世界大战排除在外，结果会更明显。第一次世界大战中大量的军费支出仅导致利率发生了相对较小的上升，巴罗认为其原因可能是，政府控制了价格，并通过各种非市场手段分配资源。如果巴罗的这一推断为真，那么剔除了第一次世界大战之后的较短样本也许能更好地估计市场经济条件下政府购买对利率的影响。